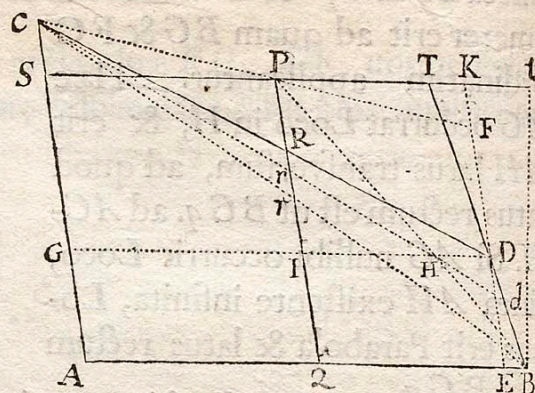


suum B & C ad quodvis sectionis Conicæ punctum D agantur rectæ duæ BD, CD occurrentes alteris duobus infinite productis parallelogrammi lateribus PS, PQ in T & R : erunt semper abscissæ laterum partes PR & PT ad invicem in data ratione. Et contra, si partes illæ abscissæ sunt ad invicem in data ratione, punctum D tanget Sectionem Conicam per puncta quatuor A, B, P, C transeuntem.

Cas. 1. Jungantur BP, CP & a puncto D agantur rectæ duæ DG, DE , quarum prior DG ipsi AB parallela sit & occurrat PB, PQ, CA in H, I, G ; altera DE parallela sit ipsi AC & occurrat PC, PS, AB in F, K, E : & erit (per Lemma XVII.) rectangulum $DE \times DF$ ad rectangulum $DG \times DH$ in ratione data. Sed est PQ ad DE seu IQ , ut PB ad HB , adeoque ut PT ad DH ; & vicissim PQ ad PT ut DE ad DH . Est & PR ad DF ut RC ad DC , adeoque ut IG vel PS ad DG , & vicissim PR ad PS ut DF ad DG ; & conjunctis rationibus fit rectangulum $PQ \times PR$ ad rectangulum $PS \times PT$ ut rectangulum $DE \times DF$ ad rectangulum $DG \times DH$, atque adeo in data ratione. Sed dantur PQ & PS & propterea ratio PR ad PT datur. Q. E. D.

Cas. 2. Quod si PR & PT ponantur in data ratione ad invicem, tunc simili ratiocinio regrediendo, sequetur esse rectangulum $DE \times DF$ ad rectangulum $DG \times DH$ in ratione data, adeoque punctum D (per Lemma XVIII.) contingere Conicam sectionem transeuntem per puncta A, B, P, C . Q. E. D.

Corol. 1. Hinc si agatur BC secans PQ in r , & in PT capiatur Pt in ratione ad Pr quam habet PT ad PR , erit Bt Tangens Coni-



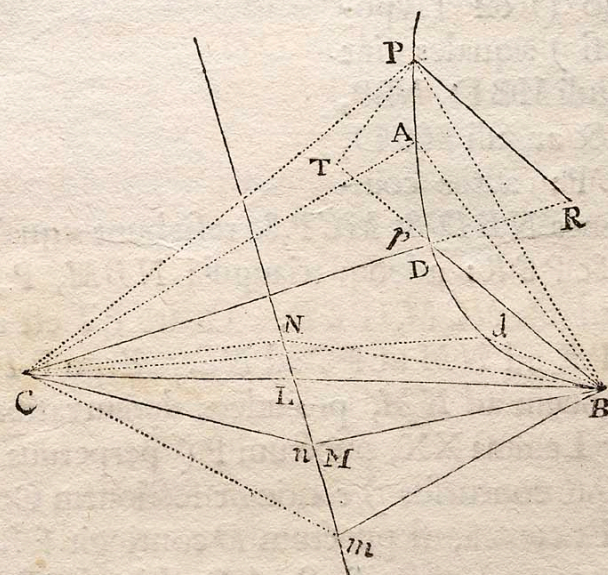
Conicæ sectionis ad punctum B . Nam concipe punctum D coire cum puncto B ita ut, chorda BD evanescente, BT Tangens evadet; & CD ac BT coincident cum CB & Bt .

Corol. 2. Et vice versa si Bt fit Tangens, & ad quodvis Conicæ sectionis punctum D convenient BD, CD ; erit PR ad PT ut Pr ad Pt . Et contra, si sit PR ad PT ut Pr ad Pt , convenient BD, CD ad Conicæ sectionis punctum aliquod D .

Corol. 3. Conica sectio non secat Conicam sectionem in punctis pluribus quam quatuor. Nam, si fieri potest, transeant duæ Conicæ sectiones per quinque puncta A, B, C, D, P , easque secet recta BD in punctis D, d , & ipsam PQ secet recta Cd in r . Ergo PR est ad PT ut Pr ad PT , hoc est, PR & Pr sibi invicem æquantur, contra Hypothesin.

Lemma XXI.

Si rectæ duæ mobiles & infinitæ BM, CM per data puncta B, C , seu polos ductæ, concursu suo M describant tertiam positione datam rectam MN ; & aliæ duæ infinitæ rectæ BD, CD cum prioribus duabus ad puncta illa data B, C datos angulos MBD, MCD efficientes ducantur; dico quod hæ duæ BD, CD concursu suo D describent sec-



tionem